CORRECTION DU D.M. N°9

Exercice 1

$A=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$

$A=\frac{1\times 2}{2\times 2}+\frac{3}{4}$

$A=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$

$\boxed{A=\frac{5}{4}}$

$B=\frac{1}{2}-\frac{5}{6}:\frac{5}{9}$

$B=\frac{1}{2}-\frac{\cancel{5}}{6}\times\frac{9}{\cancel{5}}$

$B=\frac{1}{2}-\frac{9}{6}$

$B=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$

$B=-\frac{2}{2}$

$\boxed{B=-1}$

$C=\frac{9^5\times 9^{-7}}{\left(9^{-4}\right)^2}$

$C=\frac{9^{5+(-7)}}{9^{-4\times 2}}$

$C=\frac{9^{-2}}{9^{-8}}$

$C=9^{-2-(-8)}$

$C=9^{-2+8}$

$\boxed{C=9^6}$

Exercice 2

1. a. On prend 2 comme nombre de départ.

$2\times(-2)=-4$ (1ère étape)

$-4+5=1$ (2ème étape)

$1\times 5=\boxed{5}$ (3ème étape)

Lorsque le nombre de départ est 2, le programme de calcul nous donne bien 5 à la fin.

b. On prend 3 comme nombre de départ.

$3\times(-2)=-6$ (1ère étape)

$-6+5=-1$ (2ème étape)

$-1\times 5=\boxed{-5}$ (3ème étape)

Lorsque le nombre de départ est 3, le programme de calcul nous donne –5 à la fin.

2. Il faut résoudre une équation pour répondre à cette question.
Notons x le nombre choisi au départ.

$x\times(-2)=-2x$ (1ère étape)

$-2x+5=-2x+5$ (2ème étape)

$(-2x+5)\times 5=-10x+25$ (3ème étape)

Ainsi en choisissant x au départ, on obtient $-10x+25$ à la fin.
Or nous cherchons le nombre x qui nous donnera 0 à la fin du programme.
Il faut donc résoudre l'équation $-10x+25=0$

$-10x=-25$

$x=\frac{-25}{-10}$

$\boxed{x=\frac{5}{2}}$ (c'est-à-dire $x=2,5$)

Il faut donc choisir le nombre 2,5 au départ pour que le résultat obtenu soit 0.

3. Nous avons vu dans la question précédente que si l'on choisi x au départ, on obtient $-10x+25$ à la fin.
Arthur prétend que l'on obtient $(x-5)^2-x^2$ à la fin.
Développons cette expression pour voir si elle est égale à notre résultat.

$(x-5)^2-x^2=(x^2-2\times x\times 5+5^2)-x^2$

$=x^2-10x+25-x^2$

$=\boxed{-10x+25}$

On retrouve donc bien notre résultat.
Par conséquent Arthur a raison.

Exercice 3

1. Dans les triangles OMP et OAB, les points O, M et A sont alignés dans le même ordre que les points O, P et B.

D'une part $\frac{OM}{OA}=\frac{3,9}{3,9+2,1}=\frac{3,9}{6}=\frac{39}{60}=\frac{13}{20}$.

D'autre part $\frac{OP}{OB}=\frac{5,2}{5,2+2,8}=\frac{5,2}{8}=\frac{52}{80}=\frac{13}{20}$.

On constate que $\frac{OM}{OA}=\frac{OP}{OB}$

Donc, **d'après la réciproque du théorème de Thalès**,
les droites (MP) et (AB) sont parallèles.

2. Les triangles OMP et OAB sont en situation de Thalès. En effet :

- les points O, M et A sont alignés
- les points O, P et B sont alignés
- et les droites (MP) et (AB) sont parallèles (c'est ce que l'on vient de montrer dans la question précédente).

Donc, **d'après le théorème de Thalès**, on a :

$$\frac{OM}{OA}=\frac{OP}{OB}=\frac{MP}{AB}$$

c'est-à-dire $\frac{3,9}{6}=\frac{5,2}{8}=\frac{6,5}{AB}$

en particulier $\frac{5,2}{8}=\frac{6,5}{AB}$

donc $AB=\frac{8\times 6,5}{5,2}$

$AB=\frac{52}{5,2}$ donc $\boxed{AB=10\text{ cm}}$.

3. Dans le triangle OAB, le côté le plus long est [AB].

D'une part $AB^2=10^2$

$AB^2=100$

D'autre part $OA^2+OB^2=6^2+8^2$

$OA^2+OB^2=36+64$

$OA^2+OB^2=100$

On constate que $AB^2=OA^2+OB^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$\boxed{\text{le triangle OAB est rectangle en O}}$.

Exercice 4

1. a) Les triangles PCT et PMW sont en situation de Thalès. En effet :

- les points P, C et M sont alignés
- les points P, T et W sont alignés
- et les droites (CT) et (MW) sont parallèles

Donc, **d'après le théorème de Thalès**, on a :

$$\frac{PC}{PM}=\frac{PT}{PW}=\frac{CT}{MW}$$

c'est-à-dire $\frac{3,78}{4,2}=\frac{PT}{PW}=\frac{CT}{3,4}$

en particulier $\frac{3,78}{4,2}=\frac{CT}{3,4}$

donc $CT=\frac{3,78\times 3,4}{4,2}$

$CT=\frac{12,852}{4,2}$ donc $\boxed{CT=3,06\text{ m}}$.

b) 3,06 × 2 = 6,12

Il faudra 6,12 m de fil pour réaliser cette couture, donc 7 m de fil suffiront.

2. Dans les triangles PCT et PMW, les points P, C et M sont alignés dans le même ordre que les points P, T et W.

D'une part $\frac{PC}{PM}=\frac{3,78}{4,2}=\frac{378}{420}=\frac{9}{10}$.

D'autre part $\frac{PT}{PW}=\frac{1,8}{2,1}=\frac{18}{21}=\frac{6}{7}$.

On constate que $\frac{PC}{PM}\neq\frac{PT}{PW}$.

Donc, **par conséquence du théorème de Thalès**,

les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.

$\boxed{\text{La couture n'est donc pas parallèle à (MW)}}$.

Exercice 5

a. $A = x^2 - 3x + 3$

Pour $x = -2$ on a :

$A = (-2)^2 - 3\times(-2) + 3$

$A = 4 + 6 + 3$

$\boxed{A = 13}$

b. $$-\frac{2}{3} + \frac{\cancel{4}}{3} \times \frac{5}{\cancel{4}} = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$$

$$= \frac{3}{3}$$

$$= \boxed{1}$$

c. $$\left(2 + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{12}{15} - \frac{10}{15}\right)$$

$$= \frac{8}{3} : \frac{2}{15}$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{15}{2}$$

$$= \frac{4 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times \cancel{2}}$$

$$= \boxed{20}$$

d. $$\frac{2\times 10^2 \times 2 \times 10^{-7}}{5\times\left(10^{-3}\right)^2} = \frac{4}{5} \times \frac{10^{2+(-7)}}{10^{-3\times 2}}$$

$$= 0{,}8 \times \frac{10^{-5}}{10^{-6}}$$

$$= 0{,}8 \times 10^{-5-(-6)}$$

$$= 0{,}8 \times 10$$

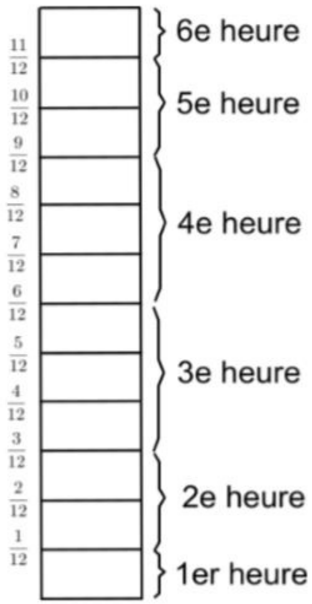
$$= \boxed{8}$$

1. **a.** Le nombre 13 correspond au code M (car M est la 13ème lettre de l'alphabet).

b. Le mot formé en codant les quatre résultats de la question **1.** est le mot **MATH** (13 correspond à la lettre M, 1 correspond au A, 20 correspond au T et 8 correspond au H).

Exercice 6

Schéma



1. On sait que $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

Et $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12}$ (la 1ère heure, la mer monte de $\frac{1}{12}$, puis elle monte de $\frac{2}{12}$ la deuxième heure).

$\boxed{\text{Donc la montée de la mer atteint le quart du marnage au bout de 2 heures.}}$

2. On sait que $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.

Comme on le voit sur le schéma, $\frac{4}{12}$ correspond au premier tiers de la 3ème heure (car on nous dit qu'au cours des heures, la montée de la mer est régulière).
Or 1h = 60 min et $60:3=20$.
Ainsi le tiers d'une heure correspond à 20 minutes.
Donc la mer atteint le tiers du marnage au bout de 2 h 20 min.

Exercice 7

1. $(2x-3)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2$

$=\boxed{4x^2-12x+9}$

2. a. $E=(2x-3)^2+(2x-3)(4x-5)$

$E=(4x^2-12x+9)+(8x^2-10x-12x+15)$

$E=4x^2-12x+9+8x^2-10x-12x+15$

$\boxed{E=12x^2-34x+24}$.

b. $E=(2x-3)^2+(2x-3)(4x-5)$

$E=\underline{(2x-3)}(2x-3)+\underline{(2x-3)}(4x-5)$

$E=\underline{(2x-3)}[(2x-3)+(4x-5)]$

$E=\underline{(2x-3)}[(2x-3)+(4x-5)]$

$E=(2x-3)(2x-3+4x-5)$

$\boxed{E=(2x-3)(6x-8)}$.

c. Je choisis l'expression $E=12x^2-34x+24$.
Pour $x=-3$, on a :

$E=12\times(-3)^2-34\times(-3)+24$

$E=12\times 9+102+24$

$E=108+102+24$

$\boxed{E=234}$.

Exercice 8

Pour savoir lequel des trois amis est le plus rapide, il suffit de convertir toutes les vitesses dans la même unité (par exemple en km/h).

Pour Julie (200 cm/s)
200 cm = 0,002 km
Donc Julie a une vitesse de 0,002 km/s (ce qui signifie qu'elle fait 0,002 km chaque seconde).
De plus 1 h = 3600 s
Construisons un tableau de proportionnalité.

Distance en km	0,002	?
Temps en s	1	3600

$?=0{,}002\times 3600:1$

Donc $?=7{,}2$ km.

Ainsi Julie effectue 7,2 km toutes les 3600 secondes, c'est-à-dire 7,2 km chaque heure.
La vitesse de Julie est donc de 7,2 km/h.

Pour Dany (12,07 km en 1 h 42 min)

On va utiliser la formule $\text{vitesse}=\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$ avec la distance en km et le temps en heures (pour avoir le résultat en km/h).
Il faut d'abord convertir le temps en heures (heures décimales).
On remarque que 1 h 42 min = 1h + 42 min.
Il faut donc convertir 42 min en heure.
Construisons un tableau de proportionnalité.

Temps en min	60	42
Temps en h	1	?

$?=42\times 1:60$

Donc $?=0{,}7$ h.

Ainsi 1 h 42 min = 1h + 0,7h = 1,7 h.

$vitesse=\frac{12{,}07}{1{,}7}=\boxed{7{,}1}$

La vitesse de Dany est donc de 7,1 km/h.

Voici donc les vitesses des trois amis en km/h :
Alexis (7 km/h)
Julie (7,2 km/h)
Dany (7,1 km/h).

Julie est donc la plus rapide des trois amis.

Exercice 9

1. Cette expérience admet 27 issues (les 26 issues correspondant à chaque lettre de l'alphabet et l'issue "Joker").

2. "On tire un jeton L" est un événement élémentaire (car il n'est réalisé que par une issue : l'issue "L").

3. "On tire un chiffre" est un événement impossible (car il n'est réalisé par aucune des 27 issues de cette expérience).

4. "On tire une lettre ou un joker" est un événement certain (car il est réalisé par n'importe quelle issue de cette expérience).

5. Notons E l'événement "on tire une jeton E".

Comme il y a 15 jetons E sur 102 jetons en tout, $p(E)=\frac{15}{102}$, c'est-à-dire

$\boxed{p(E)=\frac{5}{34}}$.

6. Notons CHAT l'événement "on tire un jeton portant une lettre du mot CHAT".
$2+2+9+6=19$
Il y a 19 jetons portant une lettre du mot "CHAT" sur 102 jetons en tout.

Donc $\boxed{p(CHAT)=\frac{19}{102}}$.

7. $102-2=100$
Il n'y a plus que 100 jetons en tout lorsqu'on enlève les jetons Joker.

a. Notons Voyelle l'événement "on tire un jeton portant une voyelle".
$9+15+8+6+6+1=45$
Les voyelles étant A, E, I, O, U et Y, il y a 45 jetons voyelles sur les 100 jetons en tout.

Donc $p(Voyelle)=\frac{45}{100}$, c'est-à-dire $\boxed{p(Voyelle)=\frac{9}{20}}$.

b. Comme il n'y a plus les jetons Joker, l'événement "on tire une consonne" est l'événement contraire de l'événement "on tire une voyelle".

Or d'après le cours $p\left(\overline{Voyelle}\right)=1-p(Voyelle)$ *(probabilité d'un événement contraire).*

Donc d'après le résultat précédent on a :

$$p\left(\overline{Voyelle}\right)=1-\frac{9}{20}$$

$$p\left(\overline{Voyelle}\right)=\frac{20}{20}-\frac{9}{20}$$

$$\boxed{p\left(\overline{Voyelle}\right)=\frac{11}{20}}$$

Ainsi la probabilité de tirer une consonne est égale à $\frac{11}{20}$.

Exercice 10

Puisque le plancher du grenier est parallèle au sol, c'est un disque réduction du disque de base.

Le rapport de réduction est $k=\frac{SA'}{SA}$.

Or $SA'=SA-AA'$
$SA'=5-3$
$SA'=2$ m

Ainsi le rapport de réduction est $k=\frac{2}{5}$.

Par conséquent (d'après notre cours) pour trouver l'aire du plancher du grenier, il suffit de multiplier l'aire du disque de base par le rapport de réduction au carré.
Notons $\mathbf{A}$ l'aire du disque de base et $\mathbf{A'}$ l'aire du plancher du grenier.

$$\mathbf{A'}=k^2\times\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A'}=\left(\frac{2}{5}\right)^2\times\pi\times rayon^2$$

(Comme le diamètre du tipi est égal à 5m, le rayon est égal à $5:2=2,5$ m)

$$\mathbf{A'}=\frac{2^2}{5^2}\times\pi\times 2,5^2$$

$$\mathbf{A'}=\frac{4}{25}\times 6,25\times\pi$$

$$\mathbf{A'}=\frac{4\times 6,25}{25}\times\pi$$

$\mathbf{A'} = \frac{25}{25} \times \pi$

$\boxed{\mathbf{A'} = \pi \text{ m}^2}$

Ainsi la surface au sol du grenier est de π m², soit environ 3,14 m² (valeur arrondie au centième près).

Exercice 11

1. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

donc $AC^2 = 8^2 + 6^2$

$AC^2 = 64 + 36$

$AC^2 = 100$

$AC = \sqrt{100}$

$\boxed{AC = 10 \ cm}$.

Comme O est le milieu de [AC], on a :

$AO = AC : 2$

$AO = 10 : 2$

$\boxed{AO = 5 \text{ cm}}$.

2. Le triangle AOS est rectangle en O, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AS^2 = AO^2 + SO^2$$

donc $8^2 = 5^2 + SO^2$

$64 = 25 + SO^2$

$SO^2 = 64 - 25$

$SO^2 = 39$

$\boxed{SO = \sqrt{39} \ cm}$.

3. Notons $\mathcal{V}$ le volume de la pyramide SABCD.

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times aire\ de\ base \times hauteur$

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times AB \times AD \times SO$

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times \sqrt{39}$

$\mathcal{V} = \frac{8 \times \cancel{3} \times 2 \times \sqrt{39}}{\cancel{3}}$

$\mathcal{V} = \boxed{16\sqrt{39} \ cm^3}$

$\mathcal{V} \approx \boxed{100 \ cm^3}$ (valeur arrondie au cm^3 près).

Exercice 12

1. On choisit 8 comme nombre de départ :

Etape 1 : $8 - 6 = 2$

Etape 2 : $8 - 2 = 6$

Etape 3 : $2 \times 6 = \boxed{12}$

On obtient donc bien 12 avec ce programme de calcul si on choisit 8 au départ.

2. Proposition 1

Si on choisit 3 comme nombre de départ, on a :

Etape 1 : $3 - 6 = -3$

Etape 2 : $3 - 2 = 1$

Etape 3 : $-3 \times 1 = \boxed{-3}$

Le programme peut donc donner un nombre négatif. Ainsi la proposition 1 est vraie.

Proposition 2

Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, on a :

Etape 1 :

$\frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2} - \frac{6 \times 2}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{11}{2}$

Etape 2 :

$\frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{3}{2}$

Etape 3 : $-\frac{11}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \boxed{\frac{33}{4}}$

La proposition 2 est donc vraie.

Proposition 3

Si on choisit x au départ, on a :

Etape 1 : $x - 6 = x - 6$

Etape 2 : $x - 2 = x - 2$

Etape 3 :

$(x-6)(x-2) = x^2 - 2x - 6x + 12$

$= \boxed{x^2 - 8x + 12}$

La proposition 3 est donc vraie.